



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 07 FEBRUARIE 2026
CLASA A VII - A

PROBLEMA 1 (25 puncte)

Calculați:

a)
$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots - \frac{1}{100}}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{150}};$$

b) $[3x + 2^{-1}] + \left\{-\frac{19}{4}\right\} + [8\sqrt{10}]$, unde $[y]$ reprezintă partea întreagă, $\{y\}$ este partea fracționară a numărului real y , iar $x = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2023 \cdot 2026}$.

PROBLEMA 2 (25 puncte)

Fie numerele

$$a = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9} - \sqrt{7}}{\sqrt{63}}$$

$$b = (|3^{51} - 2^{85}| + 3^{2011} : 81^{490}) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8 - 5\sqrt{3})^2 - \sqrt{75}} + \sqrt{2^8}$$

a) Comparați numerele a și b

b) Verificați dacă mulțimea $A = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{3x+1}{2x-5} \in \mathbb{Z}\right\}$ conține numerele $3a$ și $\sqrt{b}$.

(G.M. – Supliment cu exerciții, Nr.9/2025)

PROBLEMA 3 (20 puncte)

Fie punctele E și F pe laturile AB respectiv CD ale paralelogramului $ABCD$. Se notează cu H intersecția dintre AF și DE , iar cu G intersecția dintre BF și CE .

a) Arătați că suma ariilor triunghiurilor ADE și BCE este egală cu aria triunghiului CDE .

b) Demonstrați că suma ariilor triunghiurilor ADH și BGC este egală cu aria patrulaterului $EHFG$.

PROBLEMA 4 (20 puncte)

În dreptunghiul $ABCD$ se notează cu I și J centrul cercului înscris în triunghiul ABC , respectiv centrul cercului înscris în triunghiul ACD . Dacă P și Q sunt punctele de intersecție ale AC cu cele două cercuri, arătați că AC , PQ , IJ și BD sunt concurente.

Notă: Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Punctajul maxim total este de 100 puncte.

Se acordă 10 puncte din oficiu.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 07 FEBRUARIE 2026

CLASA A VII – A

BAREM DE EVALUARE

PROBLEMA 1 (25 puncte)

Calculați:

a) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots - \frac{1}{100}}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{150}};$

b) $[3x + 2^{-1}] + \left\{-\frac{19}{4}\right\} + [8\sqrt{10}]$, unde $[y]$ reprezintă partea întreagă, $\{y\}$ este partea fracționară a numărului real y , iar $x = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2023 \cdot 2026}$.

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
a) Se dă factor comun la numărător	3p
Se dă factor comun la numitor	3p
simplificare	4p
Finalizare : obținerea rezultatului $-\frac{3}{2}$	4p
b) Descompunerea termenilor lui x în diferențe de fracții	2p
$3x + 2^{-1} = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}$	2p
$0 < \frac{1}{3} - \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} < 1$	1p
$[3x + 2^{-1}] = 2$	2p
$\left\{-\frac{19}{4}\right\} = 0,25$	1p
$[8\sqrt{10}] = 25$	2p
Rezultat final: 27,25	1p

PROBLEMA 2 (25 puncte)

Fie numerele

$$a = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9} - \sqrt{7}}{\sqrt{63}}$$

$$b = (|3^{51} - 2^{85}| + 3^{2011} : 81^{490}) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8 - 5\sqrt{3})^2 - 75} + \sqrt{2^8}$$



a) Comparați numerele a și b

b) Verificați dacă mulțimea $A = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{3x+1}{2x-5} \in \mathbb{Z}\right\}$ conține numerele $3a$ și $\sqrt{b}$.

(G.M. – Supliment cu exerciții, Nr.9/2025)

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
$a = \frac{2}{3}$	4p
$ 3^{51} - 2^{85} = 2^{85} - 3^{51}$	3p
$3^{2011} : 81^{490} = 3^{51}$	2p
primul termen = -8	2p
$\sqrt{1296} = 36$	2p
$\sqrt{(8 - 5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{3} - 8$	3p
finalizare: $b = 36$	4p
$a < b$	1p
$3a \in A$	2p
$\sqrt{b} \notin A$	2p

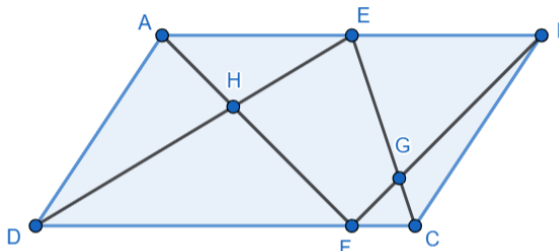
PROBLEMA 3 (20 puncte)

Fie punctele E și F pe laturile AB respectiv CD ale paralelogramului $ABCD$. Se notează cu H intersecția dintre AF și DE , iar cu G intersecția dintre BF și CE .

a) Arătați că suma ariilor triunghiurilor ADE și BCE este egală cu aria triunghiului CDE .

b) Demonstrați că suma ariilor triunghiurilor ADH și BGC este egală cu aria patrulaterului $EHFG$.

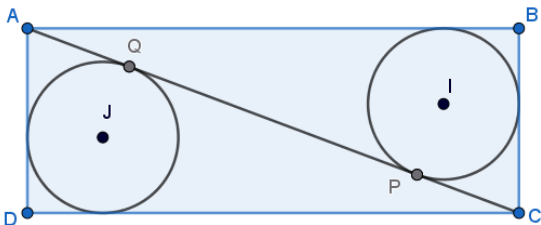
SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
<p>a)</p> $h_{\triangle ADE} = h_{\triangle CEB} \stackrel{\text{Not.}}{=} h$ $A_{ADE} + A_{EBC} = \frac{AB \cdot h}{2}$ $AB = CD \text{ și } h_{\triangle DEC} = h$	<p>3p</p> <p>4p</p> <p>3p</p>
<p>b) $A_{ADH} = A_{ADE} - A_{AHE}$ $A_{GBC} = A_{EBC} - A_{EBG}$</p>	3p
$A_{ADH} + A_{GBC} = A_{ADE} + A_{EBC} - (A_{AHE} + A_{EBG})$ <p>a)</p> $= A_{DEC} - (A_{AHE} + A_{EBG})$	2p
$A_{DEC} = A_{AFB}$	3p
Finalizare	2p





PROBLEMA 4 (20 puncte)

În dreptunghiul ABCD se notează cu I și J centrul cercului înscris în triunghiul ABC, respectiv centrul cercului înscris în triunghiul ACD. Dacă P și Q sunt punctele de intersecție ale AC cu cele două cercuri, arătați că AC, PQ, IJ și BD sunt concurente.

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
<p>AC și BD au același mijloc, O.</p>  <p>Centrul cercului înscris este intersecția bisectoarelor.</p>	<p>2p</p> <p>2p</p>
<p>$PI = QJ = r$ în triunghiuri congruente</p> <p>$PI \perp AC$ și $QJ \perp AC \Rightarrow PI \parallel QJ$</p> <p>PIQJ - paralelogram $\Rightarrow PQ$ și IJ au același mijloc, M</p>	<p>3p</p> <p>3p</p> <p>3p</p>
<p>Se demonstrează că $\widehat{IAC} \equiv \widehat{JCA} \Rightarrow AI \parallel CJ$</p> <p>Se demonstrează că $\widehat{ICA} \equiv \widehat{JAC} \Rightarrow AJ \parallel CI$</p> <p>AJCI - paralelogram $\Rightarrow IJ$ și AC au același mijloc</p> <p>O = M</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>